

# Abakus und Rechenlehre im Werk Hermanns des Lahmen

*Martin Hellmann*

Das Kernthema der Rechenlehre des 11. Jahrhunderts war die Division auf dem Abakus. Ein Anwendungsaspekt, der die vierte Grundrechenart ins Blickfeld der gelehrten Welt dieser Zeit gerückt haben könnte, ist der Computus, die Osterfestberechnung. Im folgenden Beitrag erläutere ich daher zunächst einige grundlegende Berechnungen aus dieser Disziplin. Anschließend gehe ich auf den Inhalt von Hermanns Bruchtabellen ein, dem Werk Hermanns, das ihm europaweites Ansehen als Rechenlehrer verschafft hat. Aus der Untersuchung ihrer handschriftlichen Überlieferung ergeben sich ferner überraschende neue Erkenntnisse über die Geschichte dieser Tafeln. Abschließend unternehme ich einen Versuch zu ihrer Verwendbarkeit in der Praxis.

Der erste Schritt bei der Berechnung des Ostertermins besteht darin, herauszufinden, auf welche Stelle des 19-jährigen Mondzyklus ein betreffendes Jahr fällt. Denn nach christlicher Tradition begegnen sich Sonne und Mond alle 19 Jahre auf demselben Himmelsmeridian. 19 Jahre entsprechen demnach 235 Monden. Der 19-jährige Zyklus wird eingeläutet, wenn sich Sonne und Mond im Frühlingspunkt treffen; dann ist Äquinoktium und zugleich Neumond. Nach dem Frühlingsäquinoktium dauert es nicht mehr lange bis zum ersten Frühjahrsvollmond und bis zum darauffolgenden Sonntag, an dem die christliche Welt mit dem Osterfest die Auferstehung ihres Herrn feiert. Um also die aktuelle Position im 19-Jahreszyklus zu finden, muss die aktuelle Jahreszahl durch 19 geteilt werden. Dies ist eine Rechnung, die auf dem Abakus typischerweise als zusammengesetzte Division mit Differenz ausgeführt wird (siehe Abb. 1). Die Division heißt zusammengesetzt, weil der Divisor 19 aus einer Fingerzahl (*digitus*), nämlich der 9, und einer Gliedzahl (*articulus*), nämlich der 10, zusammengesetzt ist. Sie heißt mit Differenz, weil eine spezielle Rechentechnik zur Anwendung kommt, die darauf beruht, dass die Differenz zur nächsten Gliedzahl, nämlich der 20, zum Rechnen angenehm klein ist. Die auf dem Abakus auszuführende Methode besteht – auf den Fall des Divisors 19 bezogen – darin, dass stets ein Teil des Dividenden durch 20 geteilt wird. Der entstehende, zu kleine Teilquotient wird mit der Differenz 1 multipliziert und dem Dividenden zurückgegeben. Im Beispiel von Hermanns Geburtsjahr 1013 dividiert man auf dem Abakus zunächst die 1 in der Tausenderstelle des Dividenden durch 20 und erhält eine 5 in der Zehnerstelle des Quotienten. Diese 5, multipliziert mit der Differenz 1, erhält der Dividend zurück. Vom entstandenen Dividenden 63 wird die 6 in der Zehnerstelle durch 20 dividiert, so dass sich der Quotient um 3 auf 53 erhöht. Der Dividend erhält 3 zurück, so dass ein Rest von 6 bleibt. Für den Computus ist nicht der Quotient 53 von Interesse, sondern dieser Rest 6. Er besagt, dass das Jahr 1013 nach der Terminologie des Computus das siebte Jahr

C	D	M	C	D	S
				1	9
					1
		1		1	3

Divisor 19  
 Differenz 1  
 Dividend 1013  
 Platz für den Quotienten

C	D	M	C	D	S
				1	9
					1
			1	3	
			5		

Divisor 19  
 Differenz 1  
 Dividend 63  
 Quotient 50

C	D	M	C	D	S
				1	9
					1
					1
			5		3

Divisor 19  
 Differenz 1  
 Rest 6  
 Quotient 53

Abb. 1: Lösung der Divisionsaufgabe  $1013 : 19$  auf dem Abakus mit der Methode der sogenannten eisernen Division (*divisio ferrea*). In den Darstellungen des Gerbertschen Abakus sind die Spalten mit den Buchstaben S (*singularis*) für die Einer, D (*decenus*) für die Zehner, C (*centenus*) für die Hunderter usw. überschrieben. In den vier Reihen darunter werden die Rechensteine aufgesetzt, die mit den sogenannten Ghubar-Ziffern beschriftet sind. In dieser Gestalt wurden die indisch-arabischen Ziffern erstmals in Mitteleuropa verwendet.

eines Zyklus war. Der Experte weiß, dass im siebten Jahr eines Zyklus zu Frühlingsanfang am 22. März das Mondalter 6 Tage beträgt. Acht Tage später, bei einem Mondalter von 14 Tagen, folgt der Vollmond, am darauffolgenden Sonntag das Osterfest.

Um zu sehen, wie die Wochentage fallen, ist wieder eine kleine Rechnung erforderlich. Sie geht von dem bekannten Fixpunkt aus, dass im Jahr 1 unserer Zeitrechnung der 24. März ein Donnerstag war (*feria quinta*, Wochentag 5). Im nächsten Jahr war der 24. März also ein Freitag, das heißt im Jahr 2 Wochentag 6, im Jahr 3 Wochentag 7 und somit im Jahr 1013 der fiktive Wochentag 1017. Allerdings wurden bei dieser Überlegung die Schaltjahre noch nicht berücksichtigt, bei denen jeweils ein Wochentag übersprungen wird. Um die Anzahl der Schaltjahre bis zum

Jahr 1013 zu ermitteln, ist wieder eine Division erforderlich, nämlich  $1013 : 4$ . Auf dem Abakus wäre dies eine einfache Division ohne Differenz. Sie heißt einfach, weil der Divisor 4 einstellig ist. Sie heißt ohne Differenz, weil die Differenz zur nächsten Gliedzahl zu groß ist. In einem solchen Fall unterscheidet sich die Rechenmethode auf dem Abakus nicht wesentlich von unserer heutigen schriftlichen Divisionsmethode. Es ergibt sich 253 Rest 1, wobei jetzt der Quotient selber und nicht der Rest von Interesse ist, denn 253-mal wurde ein Wochentag übersprungen. Zu den gemerkten 1017 kommen also 253 hinzu, so dass man beim fiktiven Wochentag 1270 ankommt.

Da die Woche nur 7 Tage hat, ist eine weitere Division durchzuführen, nämlich  $1270 : 7$ . Diese Rechnung könnte man auf dem Abakus als einfache Division mit Differenz durchführen; einfach, weil der Divisor 7 einstellig ist, mit Differenz, weil die Differenz zur nächsten Gliedzahl, nämlich der 10, zwar nicht so klein ist wie im Beispiel der 19, aber immer noch angenehmer zum Rechnen als die 7 selbst. Bei dieser Methode werden Teile des Dividenden um eine Stelle nach rechts verschoben, was einer Division durch 10 entspricht. Der entstehende, zu kleine Teilquotient wird mit der Differenz 3 multipliziert und dem Dividenden zurückgegeben. Aus der 1 in der Tausenderstelle des Dividenden wird also eine 1 in der Hunderterstelle des Quotienten. Der Dividend erhält 3 in der Hunderterstelle zurück. Aus den entstandenen 5 in der Hunderterstelle des Dividenden werden 5 in der Zehnerstelle des Quotienten. Der Dividend erhält 15 Zehner zurück, macht mit den vorhandenen 7 Zehnern zusammen 22 Zehner. Die 2 in der Hunderterstelle werden zu 2 in der Zehnerstelle des Quotienten, macht mit den vorhandenen 5 zusammen 7. Der Dividend erhält  $3 \cdot 2 = 6$  Zehner zurück, macht mit den vorhandenen 2 zusammen 8. Aus diesen 8 werden 8 in der Einerstelle des Quotienten. Der Dividend bekommt  $3 \cdot 8 = 24$  zurück. Aus der 2 in der Zehnerstelle werden 2 in der Einerstelle des Quotienten. Damit ergibt sich ein Übertrag und die Zehnerstelle erhöht sich auf 8. Der Dividend erhält  $3 \cdot 2 = 6$  Einer zurück, macht mit den vorhandenen 4 zusammen einen Zehner. Dieser wird zum Einer im Quotienten, der somit auf insgesamt 181 anwächst. Der Dividend bekommt  $3 \cdot 1 = 3$  Einer als nicht mehr verteilbaren Rest zurück. Hier ist wieder allein der Rest von Interesse. Er gibt an, dass der 24. März 1013 Wochentag 3 (*feria tertia*), also ein Dienstag, war. Nun betrug also am Sonntag, den 22. März, das Mondalter 6 Tage, am Dienstag, den 24. März, 8 Tage und sechs Tage später am Montag, den 30. März, 14 Tage. Dies ist der Termin des ersten Frühlingsvollmonds, auf den am Sonntag, den 5. April, das Osterfest folgen musste.

In der Epoche der Abazisten stellte man sich erstmals in der Geschichte der lateinischen Sprache der Aufgabe, mit Lehrtexten zu erklären, wie man auf dem Abakus rechnet. Aus dem 10. und 11. Jahrhundert ist eine Reihe von solchen Rechenregeln erhalten und meist anonym überliefert. Dass man einen dieser Texte mit Hermann von der Reichenau in Verbindung bringen kann, ist der Rubrik *Regule Herimanni* in einer einzigen Handschrift zu verdanken (Karlsruhe, Badische Landesbibliothek, K 504, fol. 50v). Der Text beginnt mit einem Kapitel über die Multi-

plikation und geht mit vier Abschnitten über die vier Varianten der Division weiter, von denen ich drei in Beispielen vorgestellt habe. Man könnte sich darüber streiten, ob diese vier Kapitel überhaupt noch zur ersten Überschrift *Regule Herimanni* gehören, doch gibt es auch keinen Grund, sie Hermann abzusprechen, so dass Peter Treutlein, der erste Herausgeber, sie zusammen mit den Multiplikationsregeln als Werk Hermanns zum Druck brachte<sup>1</sup>. Der nächste Abschnitt in besagter Handschrift war für Treutlein nicht in gleichem Maße von Interesse, da es sich zwar um einen wichtigen, aber bereits bekannten Text handelte. Es ist ein Abschnitt aus der knappen Einleitung zum Calculus des Victorius von Aquitanien, eines Computisten des 5. Jahrhunderts, der von den Abazisten um die Jahrtausendwende wiederentdeckt und intensiv studiert wurde<sup>2</sup>. Darin werden die fundamentalen sogenannten römischen Brüche erklärt: Der As (das Ganze) wird in zwölf Teile geteilt (12 Unzen). Und ähnlich wie von 1 bis 10 gezählt wird, wird auch mit Unzen gezählt:

ℓ	1 Unze	=	$\frac{1}{12}$	( <i>uncia</i> )
℥	2 Unzen	=	$\frac{1}{6}$	( <i>sextans</i> )
℥̄	3 Unzen	=	$\frac{1}{4}$	( <i>quadrans</i> )
℥̄̄	4 Unzen	=	$\frac{1}{3}$	( <i>triens</i> )
℥̄̄̄	5 Unzen	=	$\frac{5}{12}$	( <i>quincunx</i> )
℥̄̄̄̄	6 Unzen	=	$\frac{1}{2}$	( <i>semis</i> )
℥̄̄̄̄̄	7 Unzen	=	$\frac{7}{12}$	( <i>septunx</i> )
℥̄̄̄̄̄̄	8 Unzen	=	$\frac{2}{3}$	( <i>bisse</i> )
℥̄̄̄̄̄̄̄	9 Unzen	=	$\frac{3}{4}$	( <i>dodrans</i> )
℥̄̄̄̄̄̄̄̄	10 Unzen	=	$\frac{5}{6}$	( <i>dextans</i> )
℥̄̄̄̄̄̄̄̄̄	11 Unzen	=	$\frac{11}{12}$	( <i>deunx</i> )
⊗	12 Unzen	=	1	( <i>as</i> )

Hinzu kommen noch  $\mathcal{S}_2$ , die halbe Unze =  $\frac{1}{24}$  (*semuncia*), und  $\mathcal{S}_3$ , anderthalb Unzen =  $\frac{1}{8}$  (*sestuncia*). Unterhalb der Unze wurde das System der römischen Brüche auf eine etwas andere Art und Weise ausgebaut, so dass es als Ganzes betrachtet die häufig verwendete Bezeichnung *Duodezimalsystem* nicht verdient. Zwar gibt es die Zwölftelunze (*hemisescla* ϕ), die Sechstelunze (*sextula* o), die Viertelunze (*sicilicus* ?), die Drittelunze (*duella* oo) und die bereits genannte halbe Unze (*semuncia* S<sub>2</sub>), doch die übrigen Glieder, die man zum Durchzählen bräuchte, fehlen.

Das Werk des Victorius von Aquitanien, der *Calculus*, besteht aus Multiplikationstabellen. Darin werden natürliche Zahlen und römische Brüche vervielfacht (siehe Taf. 1). Die vierte Tabelle bietet beispielsweise neben der stets wiederholten

<sup>1</sup> Vgl. Peter TREUTLEIN/Alfonso SPARAGNA, *Intorno ad alcuni scritti inediti relativi al calcolo dell'abaco*, in: *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche* 10 (1877) S. 589–647, hier S. 643–647. Ein Digitalisat der Handschrift ist unter <<http://digital.blb-karlsruhe.de>> verfügbar.

<sup>2</sup> Vgl. Abbo of Fleury and Ramsey, *Commentary on the Calculus of Victorius of Aquitaine*, hg. von Alison M. PEDEN (*Auctores Britannici Medii Aevi*, Bd. 15), Oxford u. a. 2003.

rechten Spalte mit den Grundwerten (1000, 900, 800, ..., 100, 90, 80, ..., 10, 9, 8, ..., *as, deunx, dextans, ..., uncia, semuncia, duella, sicilicus, sextula, hemisescla*) in der linken Spalte jeweils das Fünffache dieser Grundwerte, das heißt zum Beispiel XLV (45) neben VIII (9), II S ( $2\frac{1}{2}$ ) neben S ( $\frac{1}{2}$ ), II f neben SS;  $\circ\circ$   $\psi$  neben  $\phi$ .

Der Calculus besteht, abgesehen von der knappen Einleitung, aus insgesamt 49 solcher Doppelspalten, beginnend mit dem Doppelten aller Grundwerte, endend mit deren 50-fachem. In der Karlsruher Handschrift bricht der Calculus mit der Tabelle der 5-fachen ab und es folgt unmittelbar die sogenannte erste Bruchtablelle Hermanns<sup>3</sup>. In der Tat knüpfte Hermann direkt an die Arbeit des Victorius an, ersetzte sie zwar nicht vollständig, erreichte aber eine neue Dimension. Auf der Seite der Multiplikatoren ging er bis 10 000, und zwar in Einerschritten bis 10, dann in Zehnerschritten bis 100, in Hunderterschritten bis 1000 und schließlich in Tausenderschritten bis 10 000. Was Hermann gegenüber Victorius nicht bietet, sind die Einerschritte zwischen 10 und 50. Auf der Seite der Multiplikanden behandelt Hermanns Tabelle ausschließlich Brüche, jedoch ein gegenüber Victorius vervollständigtes System römischer Brüche bis hin zum Calculus, der  $\frac{1}{16}$  der Hemisescla entspricht. Etwa ein Viertel der Einträge in Hermanns Tabelle sind bereits durch Victorius abgedeckt.

Das vervollständigte System der römischen Brüche lässt sich im Überblick so darstellen, dass die kleineren Bruchteile jeweils durch Halbierung oder Drittelung aus den größeren hervorgehen. Es ergibt sich dabei das Bild eines natürlich gewachsenen Gebäudes (siehe Abb. 2 und 3).

Ausgehend etwa vom Scripulus SS (dem Skrupel) erkennt man das Doppelte in der Hemisescla  $\phi$ , das 3-fache im Dragma  $\times$  (der Drachme), das 4-fache in der Sextula  $\circ$ , das 6-fache im Sicilicus  $\surd$ , das 8-fache in der Duella  $\circ\circ$ , das 12-fache in der Semuncia S, usw. Da Hermann nun das 10-fache tabellierte, musste er dieses aus dem 8-fachen  $\circ\circ$  und dem Doppelten  $\psi$  zusammensetzen. Auf andere Weise erhält man das 10-fache des Skrupel aber auch aus dem 6-fachen  $\surd$  und dem 4-fachen  $\circ$ . Diese Art der Uneindeutigkeit stellt eine der Schwierigkeiten dieses Werkes dar.

Besonders interessant sind die Brüche am linken Rand des Schemas, die aus einer Drittelung hervorgehen, von denen es aber kein Doppeltes gibt. Die mathematische Pointe besteht nun darin, dass man das Doppelte aus dem Anderthalbfachen

<sup>3</sup> Die Tabelle ist in der Karlsruher Handschrift auf vier Seiten verteilt, die ein Doppelblatt bilden, aber in der gebundenen Handschrift nicht unmittelbar aufeinander folgen (fol. 86rv und fol. 89rv). Abgedruckt bei Martin HELLMANN, *Der Rechenlehrer Herimannus*. Mit Edition der *Regulae, qualiter multiplicationes fiant in abaco* und Abdruck der Bruchtabellen, in: Walter BERSCHIN/DERS., *Hermann der Lahme. Gelehrter und Dichter* (1013–1054) (Reichenauer Texte und Bilder, Bd. 11), Heidelberg <sup>3</sup>2013, S. 33–71, hier S. 40–43. Abdruck nach der Handschrift Oxford, St. John's College, Ms. 17, fol. 48v, bei Gillian R. EVANS, *Difficillima et ardua: theory and practice in treatises on the abacus, 950–1150*, in: *Journal of Medieval History* 3 (1977) S. 21–38, hier S. 22. Zu Hermanns Autorschaft vgl. Florence A. YELDHAM, *Fraction Tables of Hermann Contractus*, in: *Speculum* 3 (1928) S. 240–245.

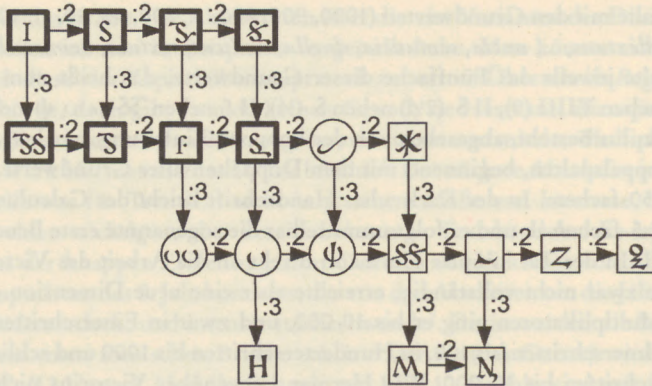


Abb. 2: Erweiterung des Systems der römischen Brüche unterhalb der Semuncia durch Halbierung und Drittelung. Die fett umrahmten Symbole gehören einem Grundstock häufig verwendeter Brüche an, die von Victorius zusätzlich berücksichtigten Brüche sind eingekreist, fein umrahmt ist die von Hermann behandelte Erweiterung.

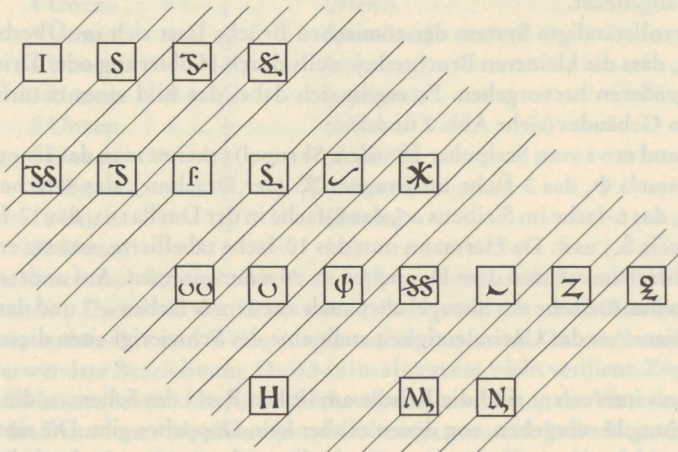


Abb. 3: Durch schräge Linien erhält man in dieser Darstellung eine Sortierung der Werte nach der Größe von rechts unten nach links oben.

und der Hälfte zusammensetzen kann. Das Doppelte der Duella OO ist also eine Semuncia S, plus eine Sextula O. Wie aber soll man das Doppelte des abgelegenen Bruchs in diesem System angeben, dem Tremissis, von dem es zwar das Anderthalbfache Psi, aber nicht die Hälfte gibt? Man nehme das Anderthalbfache Psi, fasse die nicht existierende Hälfte als das Doppelte der Bissiliqua M, auf, und erhält wie gehabt dieses Doppelte als das Anderthalbfache der Bissiliqua, den Obolus Psi, plus die Hälfte der Bissiliqua, die Siliqua N. Somit erhält man das Doppelte

des Tremissis als Hemisescla plus Obolus plus Siliqua  $\Phi \sim N$ . Hier mag manch ein Gelehrter unter Hermanns Zeitgenossen an seine Grenzen gekommen sein, was man auch an den Handschriften ablesen kann. In der Handschrift Oxford, St. John's College, Ms. 17, fol. 48v, findet man beispielsweise als Eintrag für das 8-fache der Bissiliqua, was dem Doppelten des Tremissis entspricht, den Eintrag *due H* (zwei Tremisses)<sup>4</sup>. Dies ist vom Zahlenwert zwar richtig, genügt aber nicht dem Anspruch einer eindeutigen und vergleichbaren Darstellung, die hinter dem Unternehmen einer solchen Tabellierung steht. Mit der angeführten Stelle lässt sich auch beispielhaft zeigen, dass diejenigen Personen, die eine Kopie dieser Tabelle erstellt haben, in aller Regel auch nachgerechnet und nicht etwa nur abgeschrieben haben. Denn die Abweichungen unter den erhaltenen fünf Exemplaren von Hermanns erster Bruchtablelle bestehen zu einem beträchtlichen Anteil aus solchen alternativen Darstellungen.

Eine Neuerung, die mit Hermanns Tafeln in die Rechenlehre eingeführt wurde, ist die verdichtete Darstellung. Die insgesamt 962 Produktwerte der ersten Bruchtablelle, die sich aus den 37 Multiplikatoren und den 26 Multiplikatanden ergeben, sind in ein einziges Tabellengitter mit 26 Spalten und 37 Zeilen gegossen. In der Darstellung des Victorius wären 36 Doppelspalten mit je 26 Zahlenpaaren, also knapp der doppelte Raum, erforderlich. Doch ließen sich die Doppelspalten des Victorius, weil sie voneinander unabhängig sind, flexibler in der fortlaufenden Struktur eines geschriebenen Buches unterbringen. Demgegenüber sind Hermanns Tafeln als zusammenhängende Einheit geschaffen. Die Zwänge, die sich aus Schriftgröße und Seitenformat ergeben, erschweren die Einrichtung einer solchen Tafel innerhalb eines geschriebenen Buchs.

Die Namen der römischen Minutien verraten, dass sie aus Münzwerten bzw. Gewichten abgeleitet sind. Wenn man jedoch von römischen Brüchen spricht, so bedeutet dies, dass sie auch als Anteile eines Ganzen aufgefasst werden. Für das Verständnis bedeutet dies eine Hürde. Denn was zwei Unzen sind, ist sprachlich klar, aber dass eine Unze von Zwei dasselbe ist, nämlich ein Zwölftel von Zwei, ist in der natürlichen Sprache nicht angelegt. In der Lehre der Abazisten wird diese Hürde nicht thematisiert. Es wird vorausgesetzt, dass die römischen Minutien auch als Anteile verstanden werden können. Dies lässt sich daran erkennen, dass Bruchteile auf Bruchteile bezogen werden. Man hat dies in der Schule Gerberts von Aurillac († 1003) in Reims geübt, und zwar in einem ziemlich genau bestimmbar Umfang: Bis zum Skrupel hat man jeden Bruch mit jedem multipliziert und in den Ergebnissen teilweise auch die kleineren Brüche verwendet.

Die Semuncia  $\mathcal{S}$ , ist beispielsweise  $\frac{1}{24}$  des Ganzen. Dies bedeutet in obigem Schema, vom Ganzen aus drei Schritte nach rechts und einen nach unten zu gehen, so dass dreimal durch 2 und einmal durch 3 geteilt wird. Bezieht man nun die Semuncia  $\mathcal{S}$ , auf sich selbst, kommt man im Ergebnis zum Obolus  $\sim$ . Bezieht man die Semuncia  $\mathcal{S}$ , auf das Dragma  $\mathcal{X}$ , kommt man im Ergebnis zum Calcus  $\mathcal{Z}$ .

<sup>4</sup> Ein Digitalisat dieser Handschrift ist unter <http://www2.odl.ox.ac.uk> verfügbar.

Auch diese Rechenart hat ihre Schwierigkeiten. Will man etwa die Sescuncia  $\text{S}$  auf sich selbst beziehen, kommt man an eine Stelle, die außerhalb des Schemas liegt, genauer gesagt an die Stelle, die sich zwei Schritte oberhalb des Obolus  $\text{O}$  befindet. Der Wert des fraglichen Produktes entspricht also  $9 \text{ O}$ . Im Ergebnis muss man diese 9 Oboli aus der Sextula  $\text{O}$  (= 8 Oboli) und einem weiteren Obolus zusammensetzen. Diese Rechnungen findet man zum Beispiel bei Bernelinus aufgelistet, demjenigen Schüler Gerberts, der die ausführlichste Darstellung seiner Lehre verfasste (siehe Taf. 3). Sein Werk, das den Titel *Liber abaci* trägt, ist breit überliefert<sup>5</sup>. Listen, die diese Rechnungen in vergleichbarem Umfang enthalten, sind in zwei weiteren, anonym überlieferten Texten zu finden. Variationen in der Systematik der Auflistung lassen erkennen, dass diese Texte unabhängig von Bernelinus entstanden sind<sup>6</sup>.

In der sogenannten zweiten Bruchtafel Hermanns bilden diese Rechnungen den Grundstock und decken schon mehr als die Hälfte der gesamten Tafel ab. Hermanns Leistung bestand darin, die Produktbildung auf sämtliche Brüche auszuweiten. Dies verlangt in vielen Fällen komplizierte Überlegungen. Denn beim Multiplizieren der sehr kleinen Bruchteile kommt man zu noch viel kleineren Bruchteilen und somit (im Sinne des Schemas von Abb. 2) an Stellen, die weit weg vom Bereich der benannten Brüche liegen. Die Schwierigkeit bestand nun darin, für diese Bruchteile sinnvolle und systematisch aufgebaute Bezeichnungen anzugeben. Bezieht man beispielsweise Skrupel  $\text{SS}$  auf Obolus  $\text{O}$ , kommt man an eine Stelle, die sich drei Schritte rechts und zwei Schritte unterhalb des Calculus  $\text{C}$  befindet. Dies wäre also  $\frac{1}{72}$  Calculus. Entsprechend lautet auch die Angabe in Hermanns Bruchtafel: LXXIIa  $\text{C}$  (*septuagesima secunda pars calci*, der zweiundsiebzigste Teil eines Calculus). Mit dieser Darstellung ist ein Weg eingeschlagen, der bei der Weiterentwicklung des Bruchrechnens unvermeidlich war. Er führt dahin, dass jeder beliebige Bruchteil mit dem passenden Nenner angegeben wird. Diesen Weg hat Hermann auch in seinen komputistischen Studien verfolgt. Geht man ihn weiter, so führt er weg vom starren System der römischen Brüche und macht dieses überflüssig. In der allgemeinen Geschichte der Mathematik hat sich die Darstellung von Bruchteilen durch Zähler und Nenner später und unabhängig von Hermanns Methodik durchgesetzt. Sie wurde in der indischen Mathematik ab dem 7. Jahrhundert unserer Zeitrechnung entwickelt und durch die Algorismus-Schriften ab dem 12. Jahrhundert im Rahmen der indisch-arabischen Rechenlehre auch in

<sup>5</sup> Vgl. Bernelin, *Livre d'abaque*, hg. von Béatrice BAKHOUCHE (Istoria matematica occitana, Bd. 3), Cressé 2000.

<sup>6</sup> Die Texte befinden sich in den Handschriften Oxford, St. John's College, Ms. 17, fol. 44r–45r, und Vatikan, BAV, Ottob. lat. 1862, fol. 34r–36v. Der Text in der Oxforder Handschrift ist Teil einer umfassenderen Darstellung der Rechenlehre und wurde herausgegeben von Florence A. YELDHAM, *Notation of Fractions in the Earlier Middle Ages*, in: *Archeion. Archivio di Storia della Scienza* 8 (1927) S. 313–329. Der Text in der vatikanischen Handschrift ist bislang ungedruckt und trägt den Titel *Minutiarum de caracteribus*, vgl. Menso FOLKERTS, „Boethius“ *Geometrie II*, ein mathematisches Lehrbuch des Mittelalters (Boethius, Bd. 9), Wiesbaden 1970, S. 14f.







QUOD DE VIX IN RELIQUIS DVCT.

SSS. in. X. SSS.  
 SSS. in. SSS. SS. a. v.  
 SSS. in. SS. SS. a. j.  
 SSS. in. SS. S. a. vv.  
 SSS. in. S. S. vv. a. p.  
 SSS. in. S. SS. a. S.  
 SSS. in. SS. SS. S. a. p.  
 SSS. in. SS. S. S. a. v.  
 SSS. in. S. S. S. a. j.  
 SSS. in. S. S. S. a. vv.  
 SSS. in. S. S. vv. a. SS.  
 SSS. in. S. S. vv. a. p.  
 SSS. in. S. vv. a. \*.  
 SSS. in. vv. j. a. iii. p.  
 SSS. in. j. v. SS. a. v.  
 SSS. in. C. \* v. a. iii. v.  
 SSS. in. \* p. v. a. z.

QUOD DODRANS IN RELIQUIS.

SS. in. SS. S.  
 SS. in. S. SS. a. j.  
 SS. in. S. SS. a. S.  
 SS. in. SS. S. S. a. j.  
 SS. in. SS. S.  
 SS. in. S. S. a. j.  
 SS. in. S. S. a. \*.  
 SS. in. S. S. a. j.  
 SS. in. S. vv. a. SS.  
 SS. in. vv. j.  
 SS. in. j. v. v.  
 SS. in. v. \*.  
 SS. in. \* p. a. z.  
 SS. in. p. SS. a. v.  
 SS. in. SS. v. a. z.

QUOD DEXIANS IN RELIQUIS.

SSS. in. p. SS. v. z. a. vi. v.  
 SSS. in. S. v. z. a. iii. v.  
 SSS. in. SS. S. a. S.  
 SSS. in. SS. S. S. a. v.  
 SSS. in. S. SS. S. a. vv.  
 SSS. in. S. SS.  
 SSS. in. SS. SS. a. v.  
 SSS. in. SS. S. a. vv.  
 SSS. in. S. S. a. S.  
 SSS. in. S. S. S. a. v.  
 SSS. in. S. S. a. j.  
 SSS. in. S. S. a. vv.  
 SSS. in. S. vv. a. p.  
 SSS. in. vv. j. a. iii. p.  
 SSS. in. j. v. a. SS.  
 SSS. in. v. \* z. a. iii. z.

QUOD BISSE IN RELIQUIS.

SS. in. S. SS. S. a. v.  
 SS. in. S. SS.  
 SS. in. SS. S. S. a. vv.  
 SS. in. S. S.  
 SS. in. S. S. a. vv.  
 SS. in. S. S. T.  
 SS. in. S. S. a. v.  
 SS. in. S. vv.  
 SS. in. vv. v. SS. z. a. vi. v.  
 SS. in. j. v.  
 SS. in. v. p. v. z. a. vi. z.  
 SS. in. \* p.  
 SS. in. p. SS. z. a. vi. v.  
 SS. in. SS. v. z. a. vi. z.

QUOD SEPTONX IN RELIQUIS.

SSS. in. p. SS. v. z. a. iii. z.  
 SSS. in. \* p. a. v.  
 SSS. in. p. SS. v. z. a. iii. z.  
 SSS. in. SS. v. z. a. z.

QUOD SEPTONX IN RELIQUIS.

S. in. S. S. a. S.  
 S. in. SS. S. S. vv. a. p.  
 S. in. SS. S. a. vv.  
 S. in. S. S. S. a. j.  
 S. in. S. S. a. v.  
 S. in. S. S. vv. a. SS.

Taf. 3: Aufgelistete Multiplikationen römischer Brüche im Liber abaci des Bernelinus von Paris (London, British Library, Add. MS. 17808, fol. 70v).

Mitteleuropa bekannt. Doch fand sie erst mit dem *Liber abaci* des Leonardo Fibonacci (ca. 1170 – ca. 1240) Verbreitung<sup>7</sup>. In dieser Hinsicht war Hermann in der ersten Hälfte des 11. Jahrhunderts seiner Zeit voraus.

Beide Bruchtabellen sind Multiplikationstabellen. Jedes Tabellenfeld enthält das Produkt aus den beiden Größen, die im ersten Feld der entsprechenden Zeile und im obersten Feld der entsprechenden Spalte stehen. Im Gegensatz zur ersten Bruchtafel, wo stets ganze Zahlen mit Brüchen multipliziert wurden, also die Multiplikatoren und die Multiplikanden verschiedenartige Größen sind, bildet die Reihe der römischen Brüche in der zweiten Bruchtafel sowohl die Multiplikatoren als auch die Multiplikanden. In einer rechteckigen Tabelle käme also jedes Produkt aus zwei verschiedenen Brüchen zweimal vor. Die Produkte aus zwei gleichen Brüchen, die sich in der Diagonale der Tabelle befinden, kommen nur einmal vor. Deshalb konnte man sich einen von den beiden Bereichen, die oberhalb und unterhalb der Diagonale liegen, sparen. So ergibt sich eine dreieckige Tabelle.

Die beiden sogenannten Bruchtabellen Hermanns des Lahmen, die viereckige und die dreieckige, sind stets mit einer weiteren dreieckigen Tafel zusammen überliefert, so dass sich zwei viereckige Tafeln ergeben (siehe Taf. 2a-b). Offensichtlich sind sie erst zusammen mit dieser Vervollständigung in Umlauf gebracht worden. So erst haben sie Bekanntheit erlangt und andernorts Interesse geweckt. Hinweise auf die Geschichte der Tafeln, insbesondere ihre Zuschreibung an Hermann, findet man in den drei Begleittexten, die zusammen mit den Tafeln überliefert sind<sup>8</sup>. Jeder der drei Texte kann einer der Tafeln zugeordnet werden<sup>9</sup>. Der erste Text enthält den bedeutsamen Hinweis, dass die viereckige Tafel von dem herausragenden Gelehrten Herimannus erstellt wurde (*haec ab eximio doctore Herimanno quadrilatera elaborata est figura*), und umfasst außerdem knappe Erläuterungen zur Bewandnis der Tafel. Der zweite Text bietet in der edierten Fassung nur eine äußerst knappe Erläuterung der dreieckigen Tafel. Der dritte Text enthält weitere Hinweise zur Entstehung der Tafeln. Diese lassen sich folgendermaßen zusammenfassen: „So

<sup>7</sup> Johannes TROPFKE, Geschichte der Elementarmathematik, Band 1: Arithmetik und Algebra, vollst. neu bearb. von Kurt VOGEL/Karin REICH/Helmuth GERICKE, Berlin/New York 1980, S. 107–114.

<sup>8</sup> Beide Tafeln und alle drei Texte sind gemeinsam nur auf dem beidseitig beschriebenen Einzelblatt Durham, Cathedral Library, Ms. C.III.24, und in der Handschrift Oxford, St. John's College, Ms. 17, fol. 48v–50r, überliefert. Die Oxforder Handschrift enthält eine zusätzliche Kopie der Tafeln ohne die Texte auf fol. 57v/58r. Die Handschrift Karlsruhe, Badische Landesbibliothek, K 504, fol. 86r–89v, überliefert zusammen mit den beiden Tafeln nur den dritten Text. Die Handschrift Hereford, Cathedral Library, Ms. O.I.6, fol. 76r, enthält einen Auszug aus diesem dritten Text, jedoch nicht den historisch bedeutsamen Anfang und keine der Tafeln. Beide Tafeln ohne die Texte befanden sich in der 1944 zerstörten Handschrift Chartres, Bibliothèque municipale, Ms. 498, fol. 167v/168r, von der eine Kopie auf Mikrofilm erhalten ist. Nur die zweite Tafel ist außerdem in der Handschrift Vatikan, BAV, Vat. lat. 3101, fol. 5v/6r, überliefert.

<sup>9</sup> Die Texte sind nach der Oxforder Handschrift bei YELDHAM (wie Anm. 3) S. 244 f. abgedruckt. Der Text zur zweiten Tabelle ist in der Durhamer Handschrift jedoch in einer ausführlicheren Fassung vorhanden, die unediert ist.

wie diese eine dreieckige Tafel (*eximii doctoris Herimanni triangulus*) von dem herausragenden Gelehrten Herimannus geschaffen wurde, habe ich, auf Drängen von Dir, liebster Adalhard, die andere dreieckige Tafel als Gegenstück ergänzend hinzugefügt.“ Daneben wird auch auf die Bewandnis dieser dritten Tafel eingegangen. Der Anfang des Textes ist als Widmungsbrief gestaltet, doch ist der Absender nicht genannt. Nur die Karlsruher Handschrift als neu entdeckter dritter Textzeuge nennt den Namen des Adressaten: Adalhardus<sup>10</sup>. Dass sich hinter diesem Namen Adalhard von Bath (ca. 1080 – ca. 1150) verbergen könnte, war zunächst in Zweifel zu ziehen, da in dessen Abakustraktat dem Tremissis ein anderer Wert zugewiesen wird als in Hermanns Bruchtabellen. Hier wird der Tremissis als 18-tel Unze, bei Adalhard als 16-tel Unze verwendet<sup>11</sup>. Die Vermutung lässt sich dennoch erhärten. Allerdings setzten die anderen beiden Textzeugen an Stelle des Namens nur die Sigle N. ein.

Die dritte Tafel stellt ebenfalls einen denkerischen Fortschritt dar. Sie gibt an, wie oft ein kleinerer Bruch in einem größeren enthalten ist. Es handelt sich daher um eine Quotiententafel. Um einen Quotienten zu finden, muss man dividieren, und auch hier verursacht diese Rechenart einige Schwierigkeiten. Wie oft ist zum Beispiel die Siliqua  $\mathbb{N}$  im Dragma  $\mathbb{K}$ ? Die Antwort lautet 18-mal, denn von der Siliqua  $\mathbb{N}$  aus geht man im Schema einen Schritt nach links und zwei Schritte nach oben, um zum Dragma  $\mathbb{K}$  zu gelangen:  $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ . Noch schwieriger wird es bei folgender Aufgabe: Wie oft ist der Tremissis  $\mathbb{H}$  in der Hemisescla  $\mathbb{P}$ ? Der halbe Tremissis ist dreimal in der Hemisescla, der ganze Tremissis also einmal; Rest: ein halber Tremissis (*medietas tremissis*). Und noch ein Beispiel: Wie oft ist der Tremissis  $\mathbb{H}$  im Dragma  $\mathbb{K}$ ? Ein Dragma  $\mathbb{K}$  sind 9 Bissiliquae  $\mathbb{M}$ , 4 Bissiliquae  $\mathbb{M}$  ein Tremissis  $\mathbb{H}$ . Der Tremissis  $\mathbb{H}$  passt also 2-mal ins Dragma  $\mathbb{K}$ ; Rest: eine Bissiliqua  $\mathbb{M}$ .

Der Ruhm Hermanns als Rechenlehrer beruht auf diesem Tafelwerk. Es ist freilich ein Ruhm, der nicht über die Welt der Abazisten hinausreichte. Er ist dokumentiert bei Radulph von Laon († 1133), für den Gerbert und Hermann die beiden prägenden Gestalten dieser Schultradition waren, die sich über einen Zeitraum von zwei Jahrhunderten, vom 10. bis zum 12. Jahrhundert, erstreckte. Radulph nennt ihn, genau wie die erwähnten Begleittexte der Tafeln „den herausragenden Gelehrten Herimannus“ (*eximius doctor Herimannus*)<sup>12</sup>. Die Reichweite dieses Ruhms kann man auch an den erhaltenen Abschriften ablesen. Die Tafeln haben Eingang gefunden in zwei monumentale, im frühen 12. Jahrhundert entstandene wissenschaftliche Kompendien, das sogenannte Eptateuchon des Thiery von Chartres

<sup>10</sup> Vgl. HELLMANN (wie Anm. 3) S. 45–49, die richtige Lesung *Adalharde* steht erst in der 3. Auflage.

<sup>11</sup> Vgl. Baldassarre BONCOMPAGNI, *Intorno ad uno scritto inedito di Adelardo di Bath intitolato 'Regule abaci'*, in: *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche* 14 (1881) S. 1–134, hier S. 110: *Tremis est xvi<sup>a</sup> pars unci*.

<sup>12</sup> Alfred NAGL, *Der arithmetische Tractat von Radulph von Laon*, in: *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik* 5 (1890) S. 85–134, hier S. 100.

(in den beiden 1944 zerstörten Handschriften Chartres, Bibliothèque municipale, Ms. 497 und Ms. 498) und die bereits mehrfach erwähnte, in Thorney entstandene Handschrift Oxford, St. John's College, Ms. 17. Hinzu kommen zwei weniger monumentale, aber für die Komputistik durchaus bedeutsame Kompendien aus dem deutschen Kulturbereich, der in Michelsberg bei Bamberg entstandene Caroliruhensis 504 (Karlsruhe, Badische Landesbibliothek, K 504) und die vatikanische Handschrift Vat. lat. 3101. Mit einem beidseitig beschriebenen Einzelblatt in der Cathedral Library von Durham, am Ort der Grabstätte von Beda Venerabilis († 735), schließt sich der Kreis der bislang bekannt gewordenen fünf Überlieferungsträger.

Die Publikation der Tafeln scheint von England ausgegangen zu sein, denn nur die englischen Handschriften bieten alle drei Begleittexte. Bemerkenswert ist allerdings, dass auch die Michelsberger Handschrift den dritten Begleittext überliefert, der die Vollendung des Tafelwerks dokumentiert, und dass nur diese Handschrift den Namen des Adressaten Adalhardus bewahrt hat. Es muss daher die Frage aufgeworfen werden, ob nicht doch die ersten beiden Begleittexte als nachträgliche Ergänzung der englischen Überlieferung aufzufassen sind. Das Blatt in Durham, das eine erheblich längere Fassung des zweiten Textes bietet, wäre demzufolge die letzte Stufe der Bearbeitung. Meines Erachtens spricht mehr für die entgegengesetzte Richtung der Überlieferung. Demnach wäre allein in der Version von Durham das ursprüngliche Ensemble von Tafeln und Texten erhalten. Schon in der Oxforder Handschrift läge also eine Kürzung des zweiten Textes vor. In der Michelsberger Handschrift wären schließlich die ersten beiden Texte entfallen. Dafür spricht, dass allein im Exemplar von Durham das Werk als eigenständige Einheit präsentiert wird, während es in den anderen Handschriften jeweils Bestandteil einer Sammlung ist. Auch inhaltlich scheint mir ohne den ersten Text, der die Hauptleistung Hermanns, nämlich die erste Bruchtablette würdigt, dem Brief die Einbettung zu fehlen. Besonders aber die übereinstimmende Erwähnung Hermanns als *eximius doctor Herimannus* im ersten und im dritten Text lässt die gemeinsame Konzeption dieser beiden Texte vermuten. Da Hermann mit genau diesen Worten im arithmetischen Traktat des Radulph von Laon gewürdigt wird, liegt es nahe, in ihm den Vollender des Tafelwerks zu sehen.

Mit dieser Annahme gewinnt auch die Identifikation des Widmungsträgers mit Adalhard von Bath an Plausibilität. Denn Adalhard befand sich als junger Lehrer in Begleitung einiger Schüler zu einem Aufenthalt in Laon<sup>13</sup>. Diese Begebenheit schilderte er gleich zu Beginn seiner *Quaestiones naturales*<sup>14</sup>: „Erinnerst du dich,

<sup>13</sup> Zur Person siehe Charles BURNETT, Art. Bath, Adelard of (b. in or before 1080?, d. in or after 1050), in: Oxford Dictionary of National Biography 2004, vgl. <http://www.oxforddnb.com.ubproxy.ub.uni-heidelberg.de/view/article/163>, letzter Zugriff am 24. Juli 2015.

<sup>14</sup> Vgl. Adelard of Bath, *Conversations with his nephew*, hg. von Charles BURNETT (Cambridge Medieval Classics, Bd. 9), Cambridge/New York u.a. 1998, S. 90: *Meministi, nepos, septennio iam transacto, cum te in Gallicis studiis pene puerum iuxta Laudisidunum*

mein Neffe, sieben Jahre sind seitdem vergangen, als ich dich noch fast als Knaben zusammen mit einigen meiner Zuhörer im französischen Studium zu Laon zurückgelassen habe und wir übereinkamen, dass ich mich entsprechend meinen Möglichkeiten in das Studium der Araber einarbeite, du dir aber mehr die wechselhaften französischen Lehrsätze aneignest.“ Es gibt kaum Anhaltspunkte für eine genauere zeitliche Bestimmung dieses Aufenthalts. Plausibel wäre ein Zeitraum im ersten Jahrzehnt nach 1100. Radulphs Bruder Anselm († 1117) leitete zu dieser Zeit die Kathedralschule. Man muss davon ausgehen, dass auch Radulph eine zentrale Position an dieser Schule innehatte. Das gemeinsame Interesse Adalhardts und Radulphs an der Mathematik ihrer Zeit hat der Abakuslehre hier zu einer letzten Blüte verholfen<sup>15</sup>. Laon war damals ein beliebtes Studienziel englischer Studenten. So mag es auch nicht verwundern, dass in den Passagen der Oxforder Handschrift, die der Abakuslehre gewidmet sind, engere Parallelen zur Lehre Radulphs erkennbar sind<sup>16</sup>. Die Bruchtabellen Hermanns des Lahmen in der vollendeten Fassung Radulphs fügen sich nahtlos in das bisherige Bild von der ausklingenden Epoche der Abazisten, in der sich der Anbruch eines neuen Zeitalters ankündigt.

Wer die Tafeln studiert, das heißt nachrechnet, den fasziniert entweder die Rätselhaftigkeit der Sache oder sie stößt ihn ab. Es stellt sich die Frage, ob allein diese Faszination der Zahlen den Tafeln ein Nachleben beschert hat oder ob sie auch von praktischem Nutzen waren. Zur Erprobung ihrer Anwendung wähle ich das Beispiel einer bedeutsamen Rechnung aus den *Prognostica* Hermanns, nämlich seine Berechnung der Länge des siderischen Monats<sup>17</sup>. Hermann teilte nur das Ergebnis mit: 27 Tage 7 Stunden  $\text{SS S } \cup \sim \text{Z}$ , Rest:  $\text{SS Z}$ . Die Stelle regte auch andere zum Nachrechnen an, wie man schon in der Karlsruher Handschrift erkennen kann, wo zur betreffenden Textstelle (fol. 46r) am unteren Seitenrand die gesamte Reihe der römischen Brüche repetiert wurde. Außerdem ist sogar ein mittelalterlicher Kommentar zu dieser Stelle erhalten, dessen Inhalt das Nachrechnen des angegebenen Wertes ist<sup>18</sup>. Die Aufgabenstellung, die freilich von Grund auf einer falschen astronomischen Annahme Hermanns entspringt, besteht darin, die 19 Jahre eines Zyklus auf 254 siderische Monate zu verteilen. 19 Jahre sind 6939 Tage

---

*una cum ceteris auditoribus meis dimiserim, id inter nos convenisse, ut Arabum studia ego pro posse meo scrutarer, tu vero Gallicarum sententiarum inconstantiam non minus adquireres.*

<sup>15</sup> Vgl. Louise COCHRANE, Adelard of Bath. The First English Scientist, London 1994, S. 22–31.

<sup>16</sup> Vgl. Gillian R. EVANS, Schools and scholars: the study of the abacus in English schools c. 980 – c. 1150, in: The English Historical Review 94 (1979) S. 71–89, hier S. 81–85.

<sup>17</sup> *Prognostica de defectu solis et lunae* c. 2, abgedruckt bei Nadja GERMANN, *De temporum ratione*. Quadrivium und Gotteserkenntnis am Beispiel Abbos von Fleury und Hermanns von Reichenau (Studien und Texte zur Geistesgeschichte des Mittelalters, Bd. 89), Leiden/Boston 2006, S. 341–343.

<sup>18</sup> Diesen Text nahm Arno Borst in seine kritische Edition der komputistischen Schriften Hermanns auf. Immo Wartjes, dem die Fertigstellung der Edition anvertraut ist, wies mich freundlicherweise darauf hin und stellte mir den Text zur Verfügung.

und 18 Stunden. Ich beschränke mich hier auf die Verbesserung des Wertes von 27 Tagen 7 Stunden  $\text{SS } \underline{\text{S}} \cdot \underline{\text{O}}$ , der auf dem Bruchsystem des Victorius basiert und damit auf die Hemisescla genau berechnet ist. Multipliziert mit 254 ergibt er 6939 Tage 17 Stunden  $\text{SS} \cdot \underline{\text{O}}$ . Der verbleibende Rest von  $\text{SS} \cdot \underline{\text{O}}$  ist also auf den Calcus genau durch 254 zu teilen. Hier bietet sich die Verwendung der Quotiententabelle an, um zu berechnen, wie viele Calci der Rest ausmacht. Man entnimmt der Tabelle, dass der Semis  $\text{S}$  1152 Calci (MCLII  $\frac{1}{2}$ ) beträgt, die Semuncia  $\underline{\text{S}}$ , 96 Calci (XCVI  $\frac{1}{2}$ ) und die Sextula  $\underline{\text{O}}$  32 Calci (XXXII  $\frac{1}{2}$ ), macht zusammen 1280 Calci. Die Rechnung  $1280 : 254 = 5$  Rest 10 ist auf dem Abakus eine vergleichsweise einfache Übung. Um dieses Ergebnis in die additive Darstellung zu bringen, zu deren Verwendung die Abazisten erzogen wurden, kann man die erste Bruchtablette benutzen: 5 Calci sind  $\sphericalangle \frac{1}{2}$ , also Obolus plus Calcus. 10 Calci sind  $\text{SS } \underline{\text{Z}}$ , also Scripulus plus Zerates. Damit erhält man als Ergebnis der Rechnung  $\sphericalangle \frac{1}{2}$  Rest  $\text{SS } \underline{\text{Z}}$  und für die Länge des siderischen Monats den Wert 27 Tage 7 Stunden  $\text{SS } \underline{\text{S}} \cdot \underline{\text{O}} \sphericalangle \frac{1}{2}$  mit einem Rest von  $\text{SS } \underline{\text{Z}}$ .

Dieser Rest bedeutet etwa 16 Sekunden an Ungenauigkeit über den gesamten 19-jährigen Mondzyklus hinweg. Diese erstaunlich hohe Genauigkeit ist allerdings dem rechentechnischen Zufall zu verdanken, dass sich die Zahl der Calci eines Zyklus recht genau durch 254 teilen lässt (1 Stunde = 2304 Calci, 19 Jahre = 383 740 416 Calci). Es bleibt ein Rest von nur 10 Calci. Eine entsprechende Rechnung mit Sekunden geht weniger gut auf, obwohl die Sekunde ein feineres Zeitmaß ist (1 Stunde = 3600 Sekunden, 19 Jahre = 599 594 400 Sekunden). Es bleibt ein Rest von 222 Sekunden. Die Ungenauigkeit, die allein aus der Rechentechnik resultiert, hat Hermann noch im selben Kapitel seiner *Prognostica* eliminiert, indem er mit selbst definierten „Bruchstückchen“ (*portiunculae*) gerechnet hat (1 Stunde = 127 Portiunculae; 19 Jahre = 21 152 358 Portiunculae). Dies ist kein besonders feines Zeitmaß, denn eine solche Einheit entspricht ungefähr einer halben Minute, doch geht die betreffende Division der Portiunculae eines Zyklus durch 254 ohne Rest auf. Der Nachteil einer solchen, selbst definierten Einheit besteht darin, dass der Leser keine Größenvorstellung damit verbindet. Dies ist der Vorteil an einem traditionellen, starren System von Bruchteilen, wie es bei Zeitangaben durch Minuten und Sekunden gegeben ist oder heute im täglichen Leben durch Prozentangaben. Das fein gestrickte „Sieb der Brüche“ (*cribrum minutiarum*), wie es im Begleitbrief zu den Bruchtabellen genannt wird, war bei den Abazisten eine solche Referenz für Größenangaben. Doch ob Hermanns Zeitgenossen mit dem Calcus ähnlich viel verbinden konnten, wie wir mit der Sekunde, sei dahingestellt.

Die Verwendung der Tafeln in der oben gezeigten Art und Weise wäre, wenn man sie vom Standpunkt der Abazistenlehre aus betrachtet, durchaus nützlich. Das System der römischen Brüche war jedoch insgesamt zu kompliziert, so dass ein Gelehrter wie Hermann von der Reichenau, der intellektuell in der Lage war, es zu verinnerlichen, auch in der Lage war, es zu überwinden.